



Mecanica de Rocas & GeoMec. de Macizos, en Ing Civil y del Petróleo

Tema 5: Agua y macizo rocoso

Tema VII: Agua y macizo rocoso

1. INTRODUCCION: FLUJO EN MEDIO POROSO TRADICIONAL

- 1.1 Ecs basicas: continuidad, Darcy, formulación en términos de h , o en términos de p .
- 1.2 Problemas 1-D, Solución permanente y transitoria.
- 1.3 Dominos 2D/3D. Métodos numéricos de solución: DF, MEF
- 1.4 Valores de la permeabilidad de la roca, fracturas, importancia relativa, efecto escala, Anisotropia.

2. FLUJO EN UNA FRACTURA O JUNTA AISLADA en 2D

- 2.1 Solución de flujo laminar entre dos placas, ley cúbica. Régimenes de flujo. Caso de relleno poroso.
- 2.2 Modelo de tubería. Ley de Darcy para flujo longitudinal en juntas.
- 2.3 Concepto de espesor de medio poroso equivalente.

3. FLUJO EN REDES DE FRACTURAS

- 3.1. Sistema de fracturas paralelas
- 3.2. Más de una familia. Tensor de permeabilidad equivalente.
- 3.3 Combinación de roca matriz/fracturas. Concepto de doble porosidad

4. LEY DE TENSIONES EFECTIVAS, ACOPLAMIENTO.

- 4.1 Ley de tensiones efectivas en roca: roca matriz y discontinuidades.
- 4.2 Acoplamiento hidromecánico en fracturas, ejemplos. Consolidación con fractura vertical.
- 4.3 Extracción de hidrocarburos de un estrato profundo con fractura horizontal.

(referencia general del tema, Cap.9 en Engineering Rock Mechanics, vol 1, Hudson y Harrison, Pergamon.)

1

INTRODUCCION: FLUJO EN MEDIO POROSO TRADICIONAL

1.1 – Ecs. basicas: Darcy, continuidad formulación en términos de h, o en términos de p

➤ Ley de flujo sin efectos de gravedad:

- 3D $q_i = -\frac{k_{ij}}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x_j}$ q_i is the specific discharge, $\frac{\partial P}{\partial x_j}$ is the pressure gradient causing flow, μ is the fluid viscosity and k_{ij} are the components of the permeability tensor.

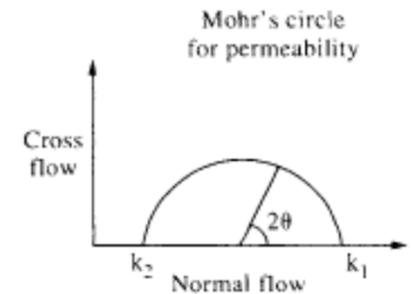
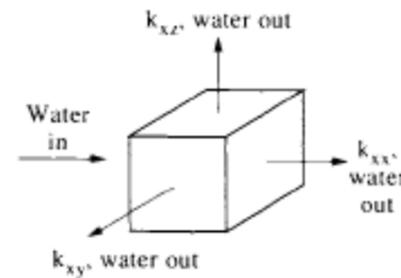
- 1D $q = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x}$

- o, alternat.: $q = -\frac{K}{\gamma_f} \frac{\partial P}{\partial x}$

q = veloc de Darcy = Q/A

permeability, $k = \mu K / \gamma_f$ (L^2) or hydraulic conductivity, $K = \gamma_f k / \mu$ (L/T).

γ_f is the **fluid specific weight**.



$$\begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_{zz} \end{bmatrix}$$

General permeability matrix with respect to x,y,z axes

$$\begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix}$$

Principal permeabilities, no cross flow

- En el caso del agua, $K(m/s) = .. = 10^7 k (m)$

1.1 – Ecs. basicas: Darcy, continuidad formulación en términos de h, o en términos de p

➤ En presencia de gravedad:

- fluido incompresible, en términos de “head” (altura piezométrica) $h = \text{total head} = \frac{P}{\gamma} + z.$

Ley de Darcy: $Q = KAi$

Q is the flow rate (dimensions of L^3T^{-1}),
 A is the cross-sectional area of the flow, and
 i is the hydraulic gradient, $\Delta h/\Delta l$.

O, tambien $q = Q/A = -K \text{ grad } h$

- Fluido de densidad no constante: Ley generalizada de Darcy:

$$q = - (K/\gamma)\text{grad } p + K \text{ grad } z$$

1.1 - Ecs basicas: continuidad, formulación en términos de h, o en términos de p

➤ Ec de Continuidad para fluidos y sólido incompresibles

$$\text{div } \mathbf{q} - Q' = 0, \quad \text{donde } Q' = \text{fuente de fluido}$$

➤ Formulación en h:

$$\text{div } (\mathbf{K} \text{ grad } h) + Q' = 0$$

➤ Formulación en p:

$$\text{div}((\mathbf{K}/\gamma) \text{ grad } p) + Q' = 0 \quad \text{o, bien} \quad \text{div}((\mathbf{k}/\mu) \text{ grad } p) + Q' = 0$$

➤ Si existe capacidad de almacenamiento (compresibilidad líquido y/o sólido)

$$\text{div} ((\mathbf{K}/\gamma) \text{ grad } p) + Q' = C \partial p / \partial t$$

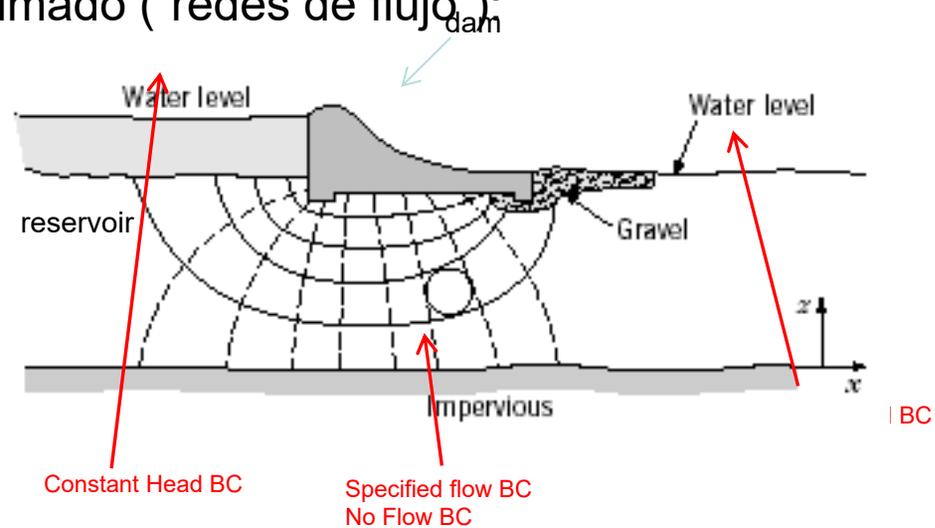
1.3 – Dominos 1D/2D/3D. Métodos gráficos, Métodos numéricos de solución

- En 1-D: algunas soluciones analítica regimen permanente
- En 2D, métodos gráficos aproximado (“redes de flujo”):

$$h|_{boundary} = h(t)$$

$$q_n|_{boundary} = q(t)$$

$$q_n|_{boundary} = 0$$



- En 2D/3D métodos numéricos: Diferencias Finitas (DF) o Elementos Finitos (MEF)

1.4 – Valores de la permeabilidad de la roca, fracturas, importancia relativa, efecto escala.

PERO...

➤ La roca matriz poco permeable en general ($K=10^{-4} \rightarrow 10^{-12}$ m/s)

➤ En el Macizo Rocosó tenemos la fracturas (juntas, diaclasas, discontinuidades, etc..)

➤ Las fracturas comparativamente son mucho mas permeables, suelen ser determinantes en la conductividad del macizo rocoso

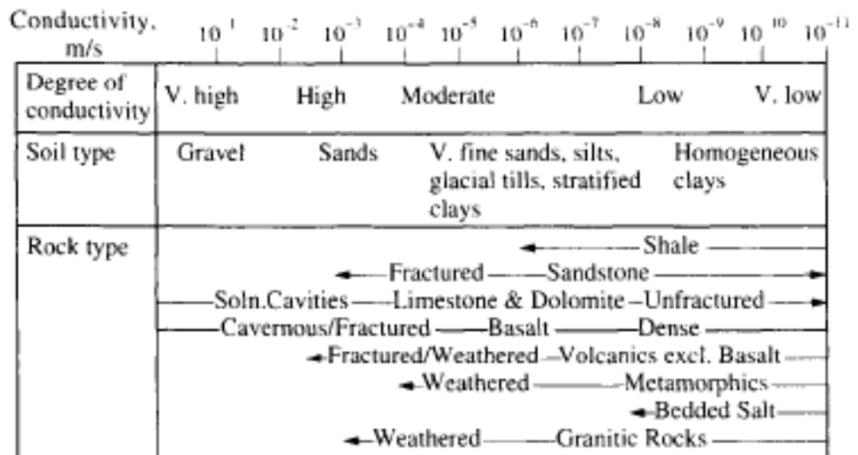
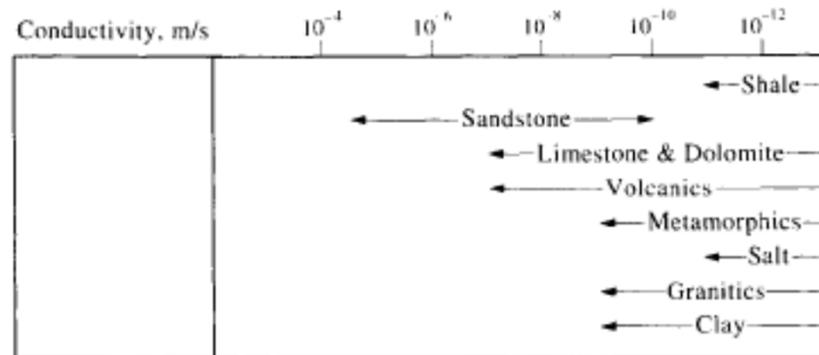


Figure 9.2 Primary and secondary hydraulic conductivity for rocks and rock masses (after Isherwood, 1979).

➤ Tambien IMPORTANTE: heterogeneidad

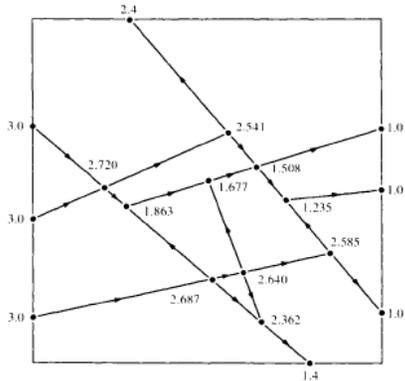
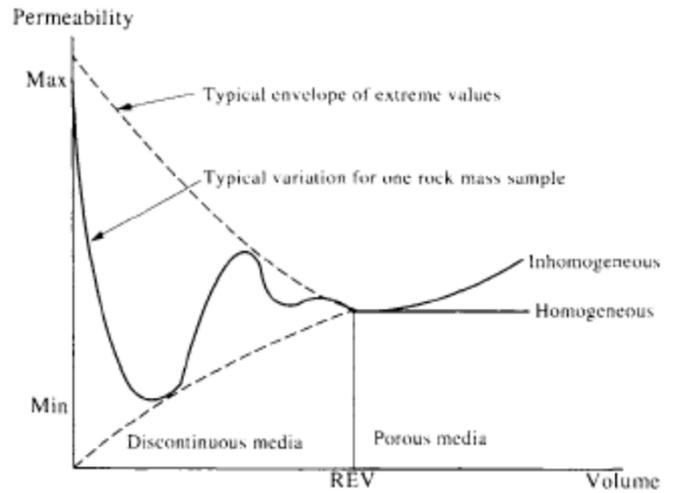


Figure 9.7 Nodal head values for flow through a simulated discontinuity array (from Samaniego and Priest, 1985).

➤ Efecto escala y RVE:



The representative elemental volume (REV) for permeability.

Whole pattern Connected part of pattern

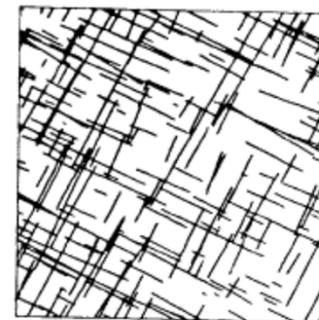
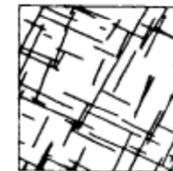


Figure 9.8 The scale effect illustrated through computer simulation (from Long, 1983).

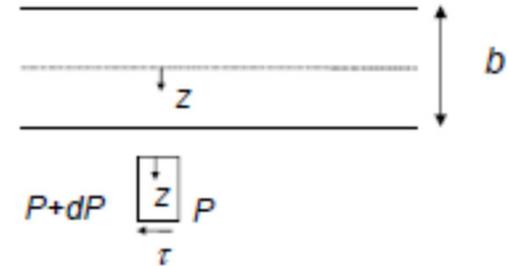
2

FLUJO EN UNA FRACTURA O JUNTA AISLADA en 2D

2.1 – Solución de flujo laminar entre dos placas, ley cúbica. Régimenes de flujo. Caso de relleno poroso

➤ Flujo laminar entre dos placas, “ley cúbica”

- Canal entre dos placas paralelas sin relleno



- Equilibrio de una capa de fluido $\tau dx = z dP$

- Ley de flujo de Poiseuille $\tau = \mu \frac{dv}{dz}$

- si las dos se han de cumplir $\tau = z \frac{dP}{dx} = \frac{dv}{dz} \mu$

- definiendo $i = \frac{dP}{dx}$, $iz dz = \mu dv$

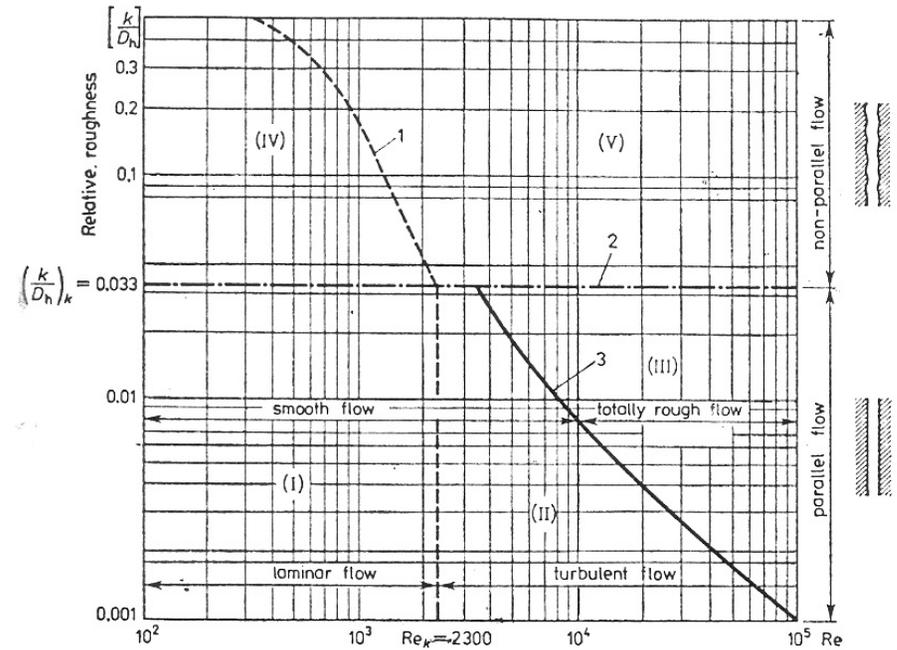
- Integrando la ec.diferencial $v(z) = \frac{1}{\mu} \frac{z^2 - (b/2)^2}{2} i$

- Integrando ahora el caudal $Q = \int_{-b/2}^{+b/2} v(z) dz = -\frac{ib^3}{12\mu}$ LEY CUBICA !

- En tnos. de gradP o gradh: $Q = -\frac{b^3}{12\mu} i = -\frac{b^3}{12\mu} \nabla P = -\frac{\rho g b^3}{12\mu} \nabla h$ (Ojo, Q = caudal total del canal)

➤ Otros regímenes de flujo (usualmente no considerados en macizos rocosos)

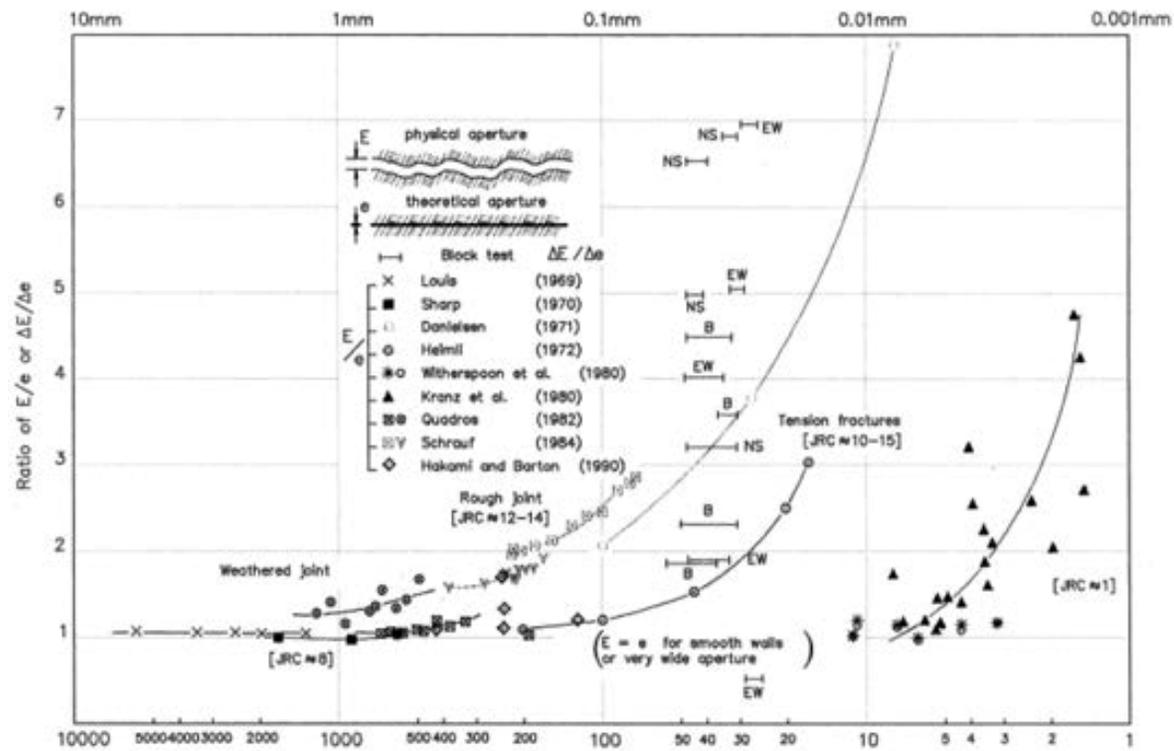
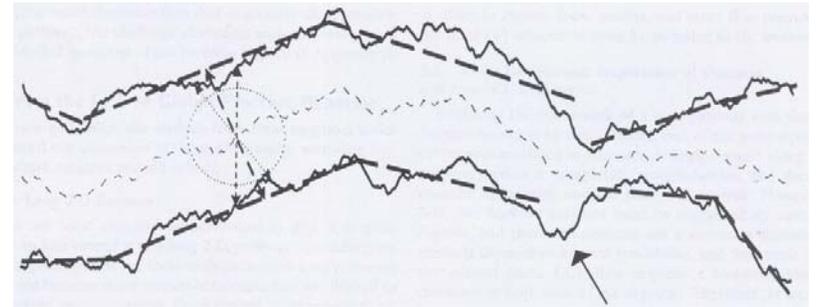
	flow type	Pressure drop coefficient	Unit flow rate
Relative roughness $k/D_h \leq 0.033$ (parallel flow)	laminar	I $\lambda = \frac{96}{Re}$ Poiseuille	$q = \frac{g}{12\nu} e_i^3 J_i$
	turbulent	II $\lambda = 0.316 Re^{-0.25}$ Blasius	$q = \left[\frac{g}{0.079} \left(\frac{2}{\nu} \right)^{0.25} e_i^3 J_i \right]^{4/7}$
		III $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \frac{k}{3.7D_h}$ Nikuradse	$q = 4 \sqrt{g} \left(\log \frac{3.7D_h}{k} \right) e_i^{1.5} \sqrt{J_i}$
Relative roughness $k/D_h > 0.033$ (non-parallel flow)	laminar	IV $\lambda = \frac{96}{Re} \left[1 + 8.8 \left(\frac{k}{D_h} \right)^{1.5} \right]$ Louis	$q = - \frac{g e_i^3 J_i}{12\nu \left[1 + 8.8 \left(\frac{k}{D_h} \right)^{1.5} \right]}$
	turbulent	V $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \frac{k}{1.9D_h}$ Louis	$q = 4 \sqrt{g} \left(\log \frac{1.9D_h}{k} \right) e_i^{1.5} \sqrt{J_i}$



➤ Caso de fractura ancho b rellena de medio poroso de conductividad K_p

$$Q = q_p b = -K_p b \nabla h \quad (\text{NOTAR: caudal total del canal lineal con } b, \text{ vs. } b^3 \text{ en canal abierto})$$

➤ Apertura hidraulica vs. apertura física



2.2 –Ley de Darcy para flujo longitudinal en juntas. Modelos de redes de tuberías.

➤ Terminología flujo en fracturas (ojo, no es universal)

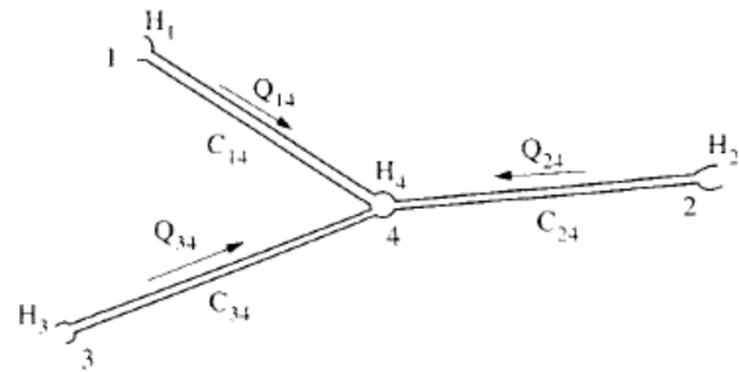
- Pemeabilidad de la fractura $k = \frac{b^2}{12}$ (m², intrinseca geom, por unid. de apertura)
- Conductividad de la fractura $K = \frac{\rho g}{\mu} \frac{b^2}{12} = \frac{\rho g}{\mu} k$ (m/s, incl. props.fluido, por unid. de apertura)
- Transmisividad de la fractura $T = \frac{\rho g}{\mu} \frac{b^3}{12} = Kb$ (m²/s, incl. props. fluido, flujo total fractura)

➤ Expresión del flujo en la junta en la forma de Darcy

- Expresiones tipo Darcy para fracturas $Q = -T \text{ grad } h = -kb \text{ grad } h$
- Expresion tipo Darcy por unidad apert. $q = Q/b = -k \text{ grad } h$

➤ Modelos de Redes de tuberías (despreciando terminos veloc)

- Nudos $i_1, 2, 3$, etc. tramos 12, 13, 23, etc
- Variables principales H_i
- Gradientes en tramo: $(\text{grad } h)_{ij} = (H_j - H_i) / l_{ij}$
- Flujo en tramo: $Q_{ij} = T_{ij} (H_j - H_i) / L_{ij} = c_{ij} H_i - c_{ij}$
- Continuidad en los nudos $\sum Q_{ij} = 0$
- Sistema de ecuaciones lineal resultante en H_i



H_i = Head at node i
 Q_{ij} = Flow from i to j
 C_{ij} = Conductance of channel ij

$$Q_{14} + Q_{24} + Q_{34} = 0.$$

2.3 –Concepto de espesor de medio poroso equivalente

➤ Si la roca matriz circundante tiene conductividad K_r ,

- Espesor de medio e que produciría el mismo caudal que la fractura:

$$Q = e q = -e K_r \text{ grad } h = -T \text{ grad } h$$

$$e = T/K_r$$

- Esto nos puede dar una idea de la importancia del flujo en juntas respecto al flujo por la roca matriz.

2.4 – Modelos numéricos de flujo en fracturas

➤ MEF: Elementos junta para flujo (paper “On zero-thickness interface elements for diffusion problems”. Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., 2004; 28:947–962)

- Elementos de grosor cero tipo tubería soldados al continuo poroso
- Tienen Transmisividad longitudinal T_l , pero tb una transversal K_t
- Ejemplo flujo bajo presa, variando K_t , para T_l baja (izqda) y T_l alta (derecha)

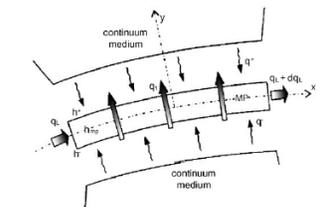
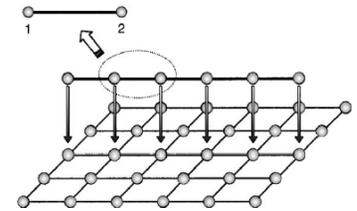
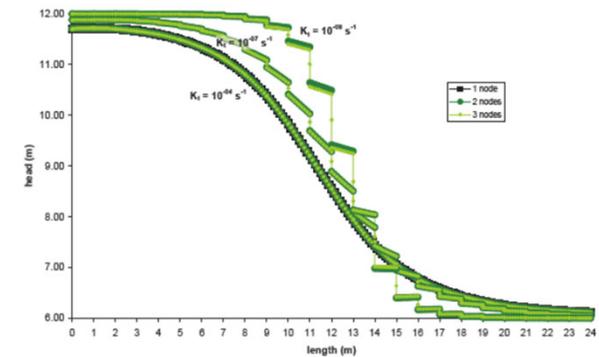
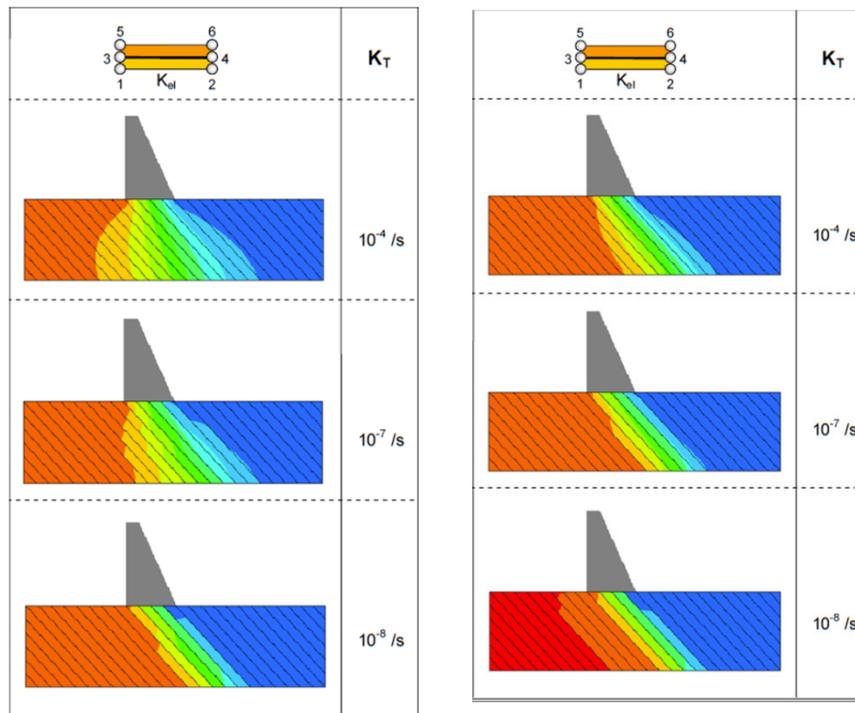


Figure 1. Flow through the differential joint element.



3

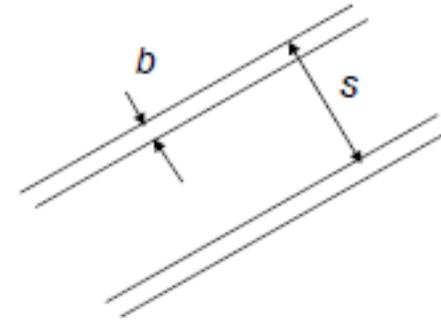
FLUJO DE CONTINUO EQUIVALENTE A SISTEMAS DE FRACTURAS

3.1 – Sistema de fracturas paralelas

- Concepto de conductividad de un medio rocoso homogéneo equivalente, a un sistema de fracturas paralelas de apertura b y separación s

$$q = \frac{Q}{s} = -\frac{b^3}{12\mu s} \nabla P = -\frac{k}{\mu} \nabla P$$

$$q = \frac{Q}{s} = -\frac{\rho g b^3}{12\mu s} \nabla h = -K \nabla h$$



- Permeabilidad intrínseca del medio homogéneo equivalente:

$$k = \frac{b^3}{12s} \quad \text{m}^2$$

- Conductividad del medio equivalente:

$$K = \frac{\rho g b^3}{12\mu s} \quad \text{m/s}$$

3.2 –Más de una familia. Tensor de permeabilidad equivalente

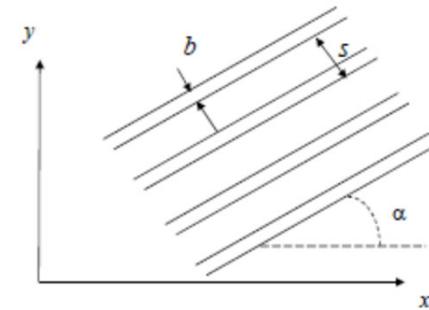
➤ Para una única familia de fracturas de orientación α ,

- En los ejes orientados, el tensor de permeabilidad equival.

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Girando a los ejes x, y mediante matriz de giro \mathbf{P}

$$\mathbf{K}' = \mathbf{P}^T \mathbf{K} \mathbf{P}$$



$$\begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K \cos^2 \alpha & -K \cos \alpha \sin \alpha \\ -K \cos \alpha \sin \alpha & K \sin^2 \alpha \end{bmatrix}$$

- Flujo promedio generado por esta familia:

$$\mathbf{q}^1 = \begin{bmatrix} q_x^1 \\ q_y^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{xx}^1 & K_{xy}^1 \\ K_{yx}^1 & K_{yy}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial_x h \\ \partial_y h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K^1 \cos^2 \alpha & -K^1 \cos \alpha \sin \alpha \\ -K^1 \cos \alpha \sin \alpha & K^1 \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial_x h \\ \partial_y h \end{bmatrix}$$

➤ Para dos familias de fracturas de orientaciones α^1 , α^2 , sumando flujos

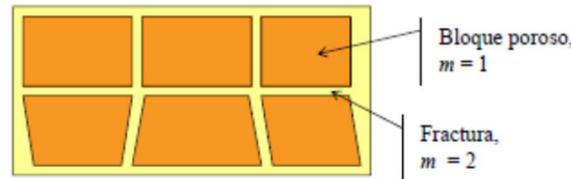
$$\mathbf{q}^{tot} = \mathbf{q}^2 + \mathbf{q}^1 = \begin{bmatrix} q_x^1 \\ q_y^1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_x^2 \\ q_y^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{xx}^1 & K_{xy}^1 \\ K_{yx}^1 & K_{yy}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial_x h \\ \partial_y h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{xx}^2 & K_{xy}^2 \\ K_{yx}^2 & K_{yy}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial_x h \\ \partial_y h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{xx}^1 + K_{xx}^2 & K_{xy}^1 + K_{xy}^2 \\ K_{yx}^1 + K_{yx}^2 & K_{yy}^1 + K_{yy}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial_x h \\ \partial_y h \end{bmatrix}$$

➤ Y, para varias familias $i=1, N$ de orientaciones α^i

$$\mathbf{q}^{tot} = \sum \mathbf{q}^i = \left(\sum \mathbf{P}^{iT} \mathbf{K}^i \mathbf{P}^i \right) \nabla h$$

3.3 –Combinación de roca matriz/fracturas.Concepto de doble porosidad

- Dos niveles de porosidad simultáneos: La de la roca matriz (nivel 1) y la de las juntas (nivel 2), cada uno con sus parámetros, ecuaciones, etc.



➤ Formulación de Barenblatt (1960)

- Ecuación flujo en roca matriz, con termino fuente/sumidero

$$\frac{\partial(\phi_1\rho)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{q}_1) + \Gamma = 0$$

- Ec flujo medio equivalente a juntas con fuente/sumidero

$$\frac{\partial(\phi_2\rho)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{q}_2) - \Gamma = 0$$

- Ecuación del término de intercambio:

$$\Gamma = \Pi\sigma^2\rho\left(\frac{k_1}{\mu}\right)(p_1 - p_2) = \left(\frac{\Lambda}{\mu}\right)\rho(p_1 - p_2)$$

- El sistema se puede simplificar, pero lleva finalmente a un sistema de 2 ecuac.dif. con dos incógnitas p_1 y p_2 a resolver numéricamente.

- Permite resolver problemas complejos, p.ej. un nivel puede actuar como almacenamiento del otro.

4

LEY DE TENSIONES EFECTIVAS, ACOPLAMIENTO

4.1 –Ley de tensiones efectivas en roca: roca matriz y discontinuidades

➤ Concepto para roca matriz (similar a mec. suelos, pero ojo coef. Biot < 1)

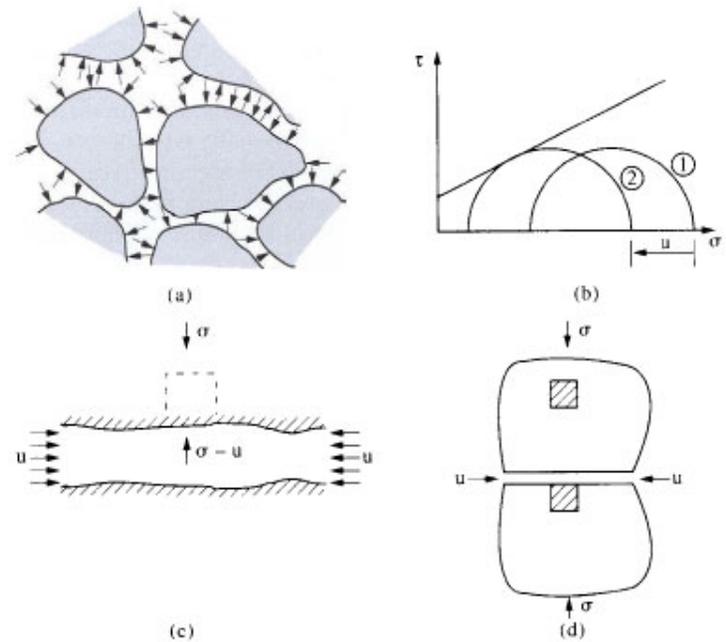
• Ec orig Terzaghi

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} u & 0 & 0 \\ 0 & u & 0 \\ 0 & 0 & u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} - u & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} - u & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} - u \end{bmatrix}$$

• Para rocas:

$$\sigma' = \sigma - u \left(1 - \frac{S_c}{S} \right) = \sigma - u\eta$$

Medio	η
Arena densa	0.997
Granito	0.55
Cuarcita	0.08
Cristal de cuarzo	0



➤ Concepto para fracturas $\sigma'_N = \sigma_N - u$
 (tensiones normales entre caras opuestas de la fractura)

Figure 9.10 Effective stresses for intact rock and discontinuities.

4.2 –Acoplamiento hidromecánico en fracturas.

- Dos efectos: cambios de permeabilidad, y cambios de porosidad (volumen disponible o capacidad de almacenamiento – “efecto esponja”)
- En general, el acoplamiento hidromecánico en la roca matriz poco significativo, mas importante en fracturas.
- Formas de tener en cuenta el acoplamiento en fracturas:
 - Si las discontinuidades se consideran homogeneizadas en el medio continuo, su conductividad y su capacidad de almacenamiento ha de hacerse depender de las tensiones o deformaciones (e.g. teoria de la consolidación, o modelos mas complejos)
 - Si las discontinuidades se consideran explicitamente, su transmisividad dependerá de la apertura (ley cúbica). También es relativamente inmediato evaluar la variación de capacidad con el cierre/apertura de las discontinuidades
- Generalmente, para cuantificar estos efectos se requieren métodos numéricos (MEF)

4.3 –Ejemplo Consolidación con fractura vertical

(Coupled HManalysis using zero-thickness interface elements with double nodes—Part II: Verification and application

J. M. Segura and I. Carol, Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech. 2008; 32:2103–2123)

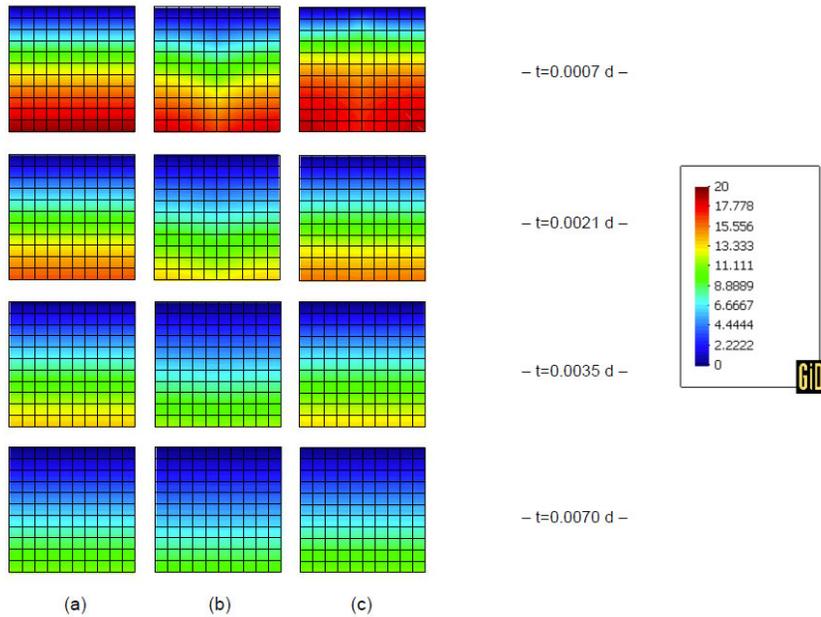
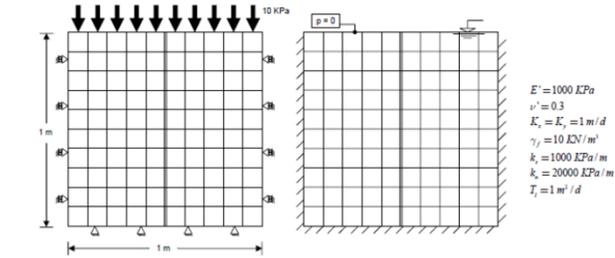


Figure 5.16: Fluid pressure distributions: (a) porous block alone (b) uncoupled transmissivity (c) coupled transmissivity

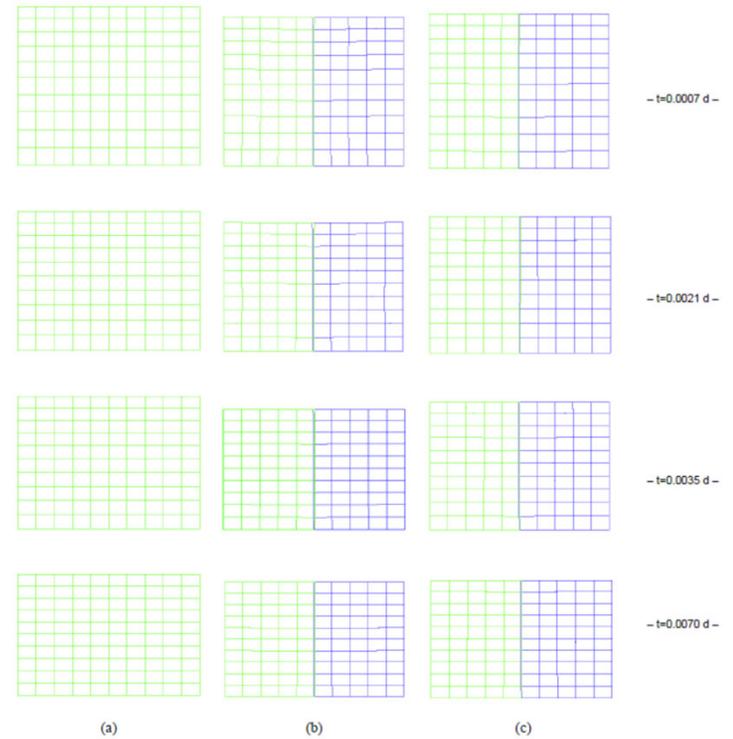


Figure 5.15: Mesh deformation (magnification factor x50): (a) porous block alone (b) uncoupled transmissivity (c) coupled transmissivity

4.4–Extracción de hidrocarburos de un estrato profundo con fractura horizontal (mismo paper).

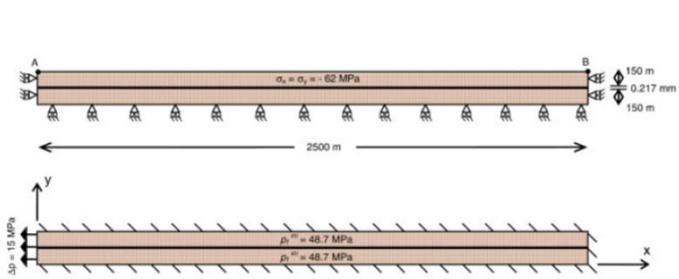


Figure 11. Geometry, initial and boundary conditions for the fractured reservoir simulation.

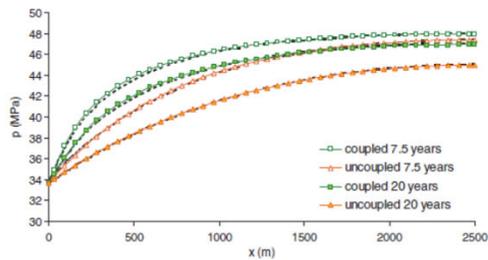
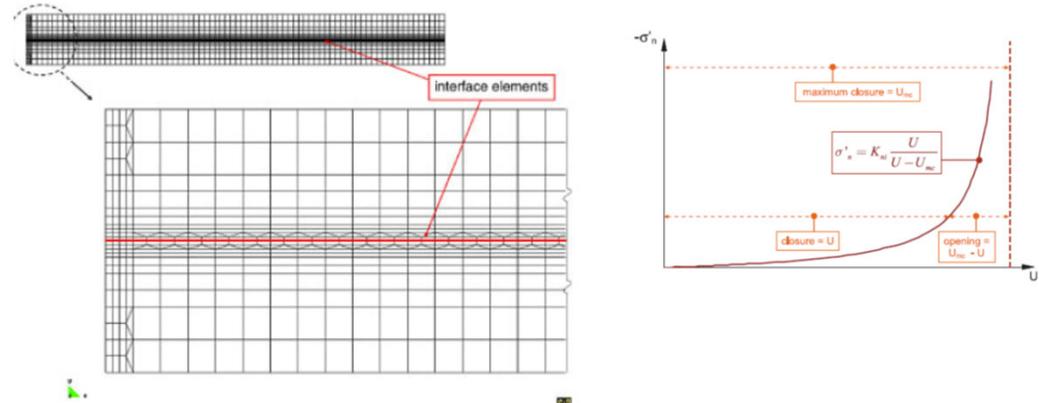


Figure 14. Fluid pressure profiles along the discontinuity at 7.5 and 20 years, and for coupled and uncoupled transmissivity. Comparison to results from [9, 10] (dashed lines).

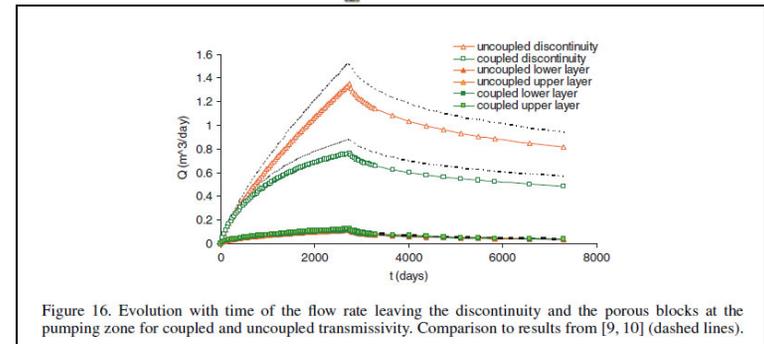


Figure 16. Evolution with time of the flow rate leaving the discontinuity and the porous blocks at the pumping zone for coupled and uncoupled transmissivity. Comparison to results from [9, 10] (dashed lines).

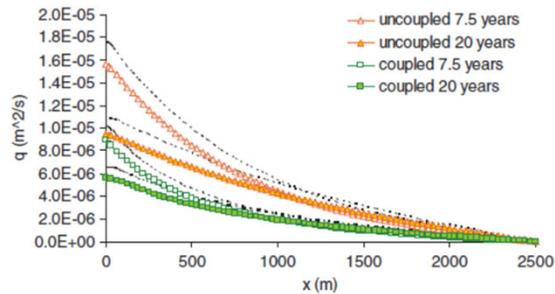


Figure 15. Fluid flux profiles along the discontinuity at 7.5 and 20 years, and for coupled and uncoupled transmissivity. Comparison to results from [9, 10] (dashed lines).

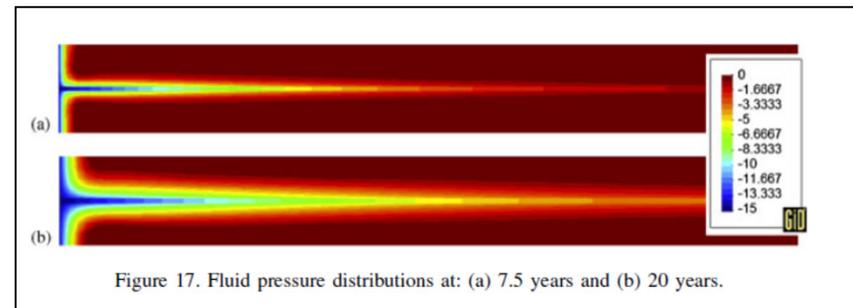


Figure 17. Fluid pressure distributions at: (a) 7.5 years and (b) 20 years.

Fin del Tema